

# Analisi Matematica I

10.02.2022

**Tempo a disposizione: 90 minuti**

**Esercizio 1.** Calcolare le radici quarte del numero complesso

$$w = \left( |2 + 2i|^2 \frac{1 - \sqrt{3}i}{i} \operatorname{Re} \left( \frac{1}{4 - 4i} \right) \right)^6$$

[Punteggio: 5 punti]

**Esercizio 2.** Determinare per quali valori del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$  si ha la convergenza della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} (n-1)! \sin \left( \frac{1}{(n-2)!} \right) \left( 1 + \frac{\alpha-1}{n} \right)^{n^2}$$

[Punteggio: 6 punti]

**Esercizio 3.** Determinare per quali valori del parametro  $\alpha \geq 0$  la funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  data da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\log(1+x^2) - (\arctan(x))^2}{x^2} & \text{se } x > 0, \\ 0 & \text{se } x = 0, \\ \frac{e^x - \cos(\alpha x) - \sin(x+x^2)}{x^2} & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

è continua in  $x = 0$ .

[Punteggio: 5 punti]

**Esercizio 4.** Si consideri la funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  data da

$$f(x) = \arctan \left( -\frac{2x}{\sqrt{x^2+2}} \right).$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false, giustificando accuratamente le risposte:

1.  $f$  è dispari;
2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ;
3.  $f$  è strettamente crescente su  $\mathbb{R}$ .

[Punteggio: 6 punti]

**Esercizio 5.** Calcolare l'integrale

$$\int_0^1 \arctan(\sqrt{x}) dx$$

[Punteggio: 5 punti]

**Esercizio 6.** Calcolare la soluzione  $\tilde{y}$  del problema di Cauchy

$$\begin{aligned} (1+x^2)y' &= -2xy^2 \\ y(0) &= 1. \end{aligned}$$

[Punteggio: 5 punti]

---

**Punteggio di ammissione alla prova di teoria:** si è ammessi alla prova di teoria solo con un punteggio maggiore o uguale a **16**.