

Analisi Matematica I

11.04.2022

Tempo a disposizione: 90 minuti

Esercizio 1. Calcolare le soluzioni in \mathbb{C} dell'equazione

$$iz^2 - 2z + 3i = 0$$

[Punteggio: 5 punti]

Esercizio 2. Calcolare il

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^{n+2}}{(n+2)^n} (\sqrt{1+n^4} - n^2)$$

[Punteggio: 5 punti]

Esercizio 3. Determinare per quali valori del parametro $\alpha > 0$ si ha la convergenza della serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \sin^2 \left[\left(\frac{n!}{(n+1)!} \right)^\alpha \right] \log \left(1 + \frac{n^2}{1+n^{5/2}} \right)$$

[Punteggio: 6 punti]

Esercizio 4. Determinare per quali valori del parametro $\alpha \geq 0$ la funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x^2) - \sin^2 x}{x^\alpha} & \text{se } x > 0, \\ \arctan(x^2) & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

è derivabile in $x_0 = 0$.

[Punteggio: 5 punti]

Esercizio 5. Calcolare l'integrale

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} \log(1+x) dx$$

[Punteggio: 6 punti]

Esercizio 6. Al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, calcolare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) + y(t) = 1 - t, \\ y(0) = \alpha. \end{cases}$$

Determinare il valore di α in corrispondenza al quale la soluzione \bar{y} soddisfa

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{\bar{y}(t)}{t} = -1.$$

[Punteggio: 5 punti]

Punteggio di ammissione alla prova di teoria: si è ammessi alla prova di teoria solo con un punteggio maggiore o uguale a **16**.