

Analisi Matematica I

15.06.2022

Tempo a disposizione: 90 minuti

Esercizio 1. Determinare in forma algebrica le radici cubiche del numero complesso

$$w = \frac{2 + 4i}{2 - i}$$

[Punteggio: 5 punti]

Esercizio 2. Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \log \left(1 + \frac{n! + 2^n + \cos(n)}{(n+2)!} \right)$$

[Punteggio: 6 punti]

Esercizio 3. Calcolare limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{\sin(2x)}}{4(x - \sin x)}$$

[Punteggio: 5 punti]

Esercizio 4. Al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, determinare se la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2(x) - x^3}{\log(1 + x^\alpha)} & \text{se } x > 0, \\ 0 & \text{se } x = 0, \\ \arctan(e^{1/x}) & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

ha in $x_0 = 0$ un punto di non derivabilità e, in tal caso, classificarlo. [Punteggio: 5 punti]

Esercizio 5. Calcolare l'integrale

$$\int_1^e \frac{(\log x)^2}{x(1 + \log x)} dx$$

[Punteggio: 6 punti]

Esercizio 6. Sia \tilde{y} la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' - \frac{y}{x} = \frac{3x}{x^2 + 9} \\ y(3) = \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\tilde{y}(x)}{x}$$

[Punteggio: 5 punti]

Punteggio di ammissione alla prova di teoria: si è ammessi alla prova di teoria solo con un punteggio maggiore o uguale a **16**.