

Cognome e nome Firma Matricola

Istruzioni

1. COMPILARE la parte sovrastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. risposta esatta = +3; risposta sbagliata = -0.25; risposta non data = 0;
3. La soglia di ammissione al secondo test intermedio è di 7.5 punti.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. TEMPO a disposizione: 90 min.

1.	2.	3.	4.	5.
A	A	A	A	A
B	B	B	B	B
C	C	C	C	C
D	D	D	D	D
E	E	E	E	E
F	F	F	F	F

1. Sia dato l'insieme

$$A = \{(1 + \cos(n\pi)) \left(\arctan(n^3) + \frac{1}{3} \right) + (1 - \cos(n\pi)) \exp(5 - 2n^7) : n \in \mathbb{N}\}$$

Allora

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\max A = e^3$, $\min A = 0$ $\boxed{\text{B}}$: $\max A = 2e^3$, $\inf A = 0$ $\boxed{\text{C}}$: $\max A = 2e^3$, $\min A = \frac{2}{3}$
 $\boxed{\text{D}}$: $\max A = \pi + \frac{2}{3}$, $\inf A = \frac{2}{3}$ $\boxed{\text{E}}$: $\max A = \pi + \frac{2}{3}$, $\min A = 0$
 $\boxed{\text{F}}$: $\max A = \pi + \frac{2}{3}$, $\min A = \frac{2}{3}$

2. Il luogo degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\frac{z^2 + \bar{z}^2 + 4[\operatorname{Im}(z)]^2 - e^{2\pi i} + i e^{i\frac{\pi}{2}}}{z^4 + e^{3\pi i}} = 0$$

è dato da

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: una circonferenza $\boxed{\text{B}}$: quattro punti $\boxed{\text{C}}$: una circonferenza privata di quattro punti
 $\boxed{\text{D}}$: una circonferenza privata di due punti $\boxed{\text{E}}$: un punto $\boxed{\text{F}}$: l'unione di due rette

3. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(\log(n+2) - \log n)(n! + n^2)}{(n-1)! + n^5} \left(1 + \frac{2}{n^2}\right)^{2n}$$

vale

Risp.: A : $2e^2$ B : $+\infty$ C : $2e^4$ D : 2 E : 0 F : $2e$

4. Sia $\alpha > 0$. La serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (n^{\alpha n} + \sin(e^{2n})) (2n! + \log(n^3) + n^7) \arctan\left(\frac{1}{n^{7n}}\right)$$

converge se e solo se

Risp.: A : $\alpha \leq 6$ B : $\alpha \leq 7$ C : $\alpha < 6$ D : $\alpha < 7$ E : $\alpha \geq 6$ F : $\alpha = 6$

5. Siano $\alpha \in \mathbb{R}$ e $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\log(1+x)}{2x} & \text{se } x > 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \\ \frac{e^{\alpha x^2} - \cos(x) + \sin(x^3)}{3x^2} & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Allora $x = 0$ è un punto di discontinuità eliminabile di f se e solo se

Risp.: A : $\alpha = 2$ B : $\alpha = 1$ C : $\alpha = 3$ D : $\alpha = 0$ E : $\alpha = -1$ F : $\alpha = 6$
