Esercizi sulle equazioni lineari del prim'ordine a coefficienti continui

Riccarda Rossi

Università di Brescia

Analisi B

Esercizio 1

$$\begin{cases} y' + 2y = e^x \\ y(1) = 3. \end{cases}$$

Es. 2

$$\begin{cases} y'(x) = 10y(x) + e^x \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

$$\boxed{y(x) = \frac{e^{10x} - e^x}{9}}$$

Es. 3

$$\begin{cases} u'(x) + \frac{1}{x}u(x) = 2\arctan(x) \\ u(1) = 3 \end{cases}$$

Es. 4

Data u tale che

$$\begin{cases} u' + \frac{1}{x}u = \sin(x) \\ u\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \end{cases}$$

determinare

$$\int_{\pi/2}^{\pi} \frac{u(x)}{x}\,\mathrm{d}x.$$

Es. 5

$$\begin{cases} x^3 u'(x) + x^2 u(x) = 6 & \forall\, x > 0, \\ u(1) = 0. \end{cases}$$

Es. 6

$$\begin{cases} y' = \sin(x) \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

Es. 7

Determinare il sup degli $\alpha \in \mathbb{R}$ tali che la soluzione u di

$$\begin{cases} u' + u = e^{\alpha x} \\ u(0) = 1 \end{cases}$$

soddisfi

$$\lim_{x \to +\infty} e^{-x} u(x) = 0.$$