Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte sovrastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −0.5 (si applica agli esercizi 1–7); risposta non data = 0;
3. La soglia di ammissione all'orale è 16 punti.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F

1. L'integrale $\displaystyle\int_0^{\pi/4} \frac{(\tan x)^{\frac{1}{2}} - 1}{\cos^2 x}\,dx$ vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{1}{2}$ $\boxed{\text{B}}$: $-\frac{1}{3}$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{2}{3}$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{1}{3}$ $\boxed{\text{E}}$: $-\frac{1}{2}$ $\boxed{\text{F}}$: 0

2. Sia $\tilde{y}(x)$ la soluzione di

$$\begin{cases} y' = \frac{\sqrt{2}}{3}(2 + y^2)e^{2x} \\ \\ y(0) = \sqrt{2}\tan\left(\frac{1}{3}\right) \; . \end{cases}$$

   Allora $\lim_{x\to-\infty} \tilde{y}(x)$ vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 0 $\boxed{\text{B}}$: $+\infty$ $\boxed{\text{C}}$: $-\infty$ $\boxed{\text{D}}$: $\tan\left(\frac{1}{3}\right)$ $\boxed{\text{E}}$: non esiste $\boxed{\text{F}}$: $\sqrt{2}\tan\left(\frac{1}{3}\right)$

3. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x,y) = (y^2 - x)^2 \arctan(x^2 - y)$. Allora sulla parabola $x = y^2$ f ammette

   $\boxed{\text{A}}$: infiniti punti di minimo relativo e infiniti punti di massimo relativo e nessun punto di sella $\boxed{\text{B}}$: infiniti punti di minimo relativo, infiniti punti di massimo relativo e un punto di sella $\boxed{\text{C}}$: infiniti punti di minimo relativo, infiniti punti di massimo relativo e due punti di sella $\boxed{\text{D}}$: infiniti punti di massimo relativo e due punti di sella $\boxed{\text{E}}$: infiniti punti di minimo relativo e due punti di sella $\boxed{\text{F}}$: infiniti punti di minimo relativo e un punto di sella

4. Siano T il bordo del triangolo di vertici $(0,0)$, $(2,0)$ $(0,2)$ e $f(x,y) = \frac{e^x}{x+y+2}$. Detti m e M il minimo e il massimo di f su T si ha

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $m = 0$, $M = \frac{e^2}{4}$ $\boxed{\text{B}}$: $m = \frac{1}{4}$, $M = \frac{e}{4}$ $\boxed{\text{C}}$: $m = \frac{1}{5}$, $M = e^4$ $\boxed{\text{D}}$: $m = \frac{1}{4}$, $M = \frac{1}{3}$ $\boxed{\text{E}}$: $m = \frac{1}{4}$, $M = \frac{e^2}{4}$ $\boxed{\text{F}}$: $m = 0$, $M = \frac{1}{3}$

---

5. L'integrale curvilineo

$$\int_\Gamma \frac{3}{7}\sqrt{1+4x^2+6y}\, ds$$

dove Γ è l'arco di parabola $y = 2x^2$ con $x \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{3}{4}$ $\boxed{\text{B}}$: 2 $\boxed{\text{C}}$: $\frac{1}{2}$ $\boxed{\text{D}}$: 0 $\boxed{\text{E}}$: $\frac{1}{3}$ $\boxed{\text{F}}$: $\frac{3}{2}$

---

6. Dato il campo vettoriale $\vec{F}(x,y) = (e^y + x\arctan x)\,\vec{i} + (xe^y + \sin y)\,\vec{j}$. Allora l'integrale curvilineo $\int_\Gamma \overrightarrow{F} \cdot d\Gamma$, dove Γ è l'arco di parabola $y = x^2$ percorsa da $(-2,4)$ a $(2,4)$ vale

$\boxed{\text{A}}$: $2[2e^4 - 1] + 5\arctan(2)$ $\boxed{\text{B}}$: $2[2e^4 + 1] + 4\arctan(2)$ $\boxed{\text{C}}$: $2[2e^4 - 1] + 4\arctan(2)$ $\boxed{\text{D}}$: $2[2e^4 + 1] + 3\arctan(2)$ $\boxed{\text{E}}$: $2[2e^4 - 1] - 4\arctan(2)$ $\boxed{\text{F}}$: $2[2e^4 + 1] - \arctan(2)$

---

7. Sia $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, y \leq -2x^2, |x| \leq 1, |y| \leq 2\}$. Allora l'integrale doppio

$$\iint_D \left[\arctan(x(1-y^2)) + \frac{3}{4}\right] dxdy$$

vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 0 $\boxed{\text{B}}$: 3 $\boxed{\text{C}}$: $\arctan(2)$ $\boxed{\text{D}}$: 2 $\boxed{\text{E}}$: $\arctan(3)$ $\boxed{\text{F}}$: $\frac{1}{4}$

---

8. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione data da

$$f(x,y) := \begin{cases} \dfrac{\exp(x^3) - 1}{x^2 + y^2} & \text{se } |y| \geq x^2, \\[2ex] \dfrac{\arctan(x^2) + 2y^2}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{se } |y| < x^2, \end{cases} \qquad \forall\,(x,y) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\},$$

e da $f(0,0) = 0$.
Studiare continuità, derivabilità parziale e direzionale, e differenziabilità di f in $(0,0)$.
