Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte sovrastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −0.5; risposta non data = 0;
3. La soglia di ammissione all'orale è 16 punti.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F

1. Sia $F :]\frac{1}{2}, +\infty[\to \mathbb{R}$ la primitiva di

$$f(x) = \frac{1}{2x\sqrt{2x-1}}$$

tale che $F(1) = 0$. Allora $\lim_{x\to+\infty} F(x)$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $-\frac{\pi}{4}$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{\pi}{4}$ $\boxed{\text{C}}$: 0 $\boxed{\text{D}}$: $\frac{\pi}{8}$ $\boxed{\text{E}}$: $+\infty$ $\boxed{\text{F}}$: $\frac{\pi}{2}$

2. Sia $\tilde{y}(x)$ la soluzione dell'equazione differenziale

$$\begin{cases} y' + \frac{2x}{1+x^2}y = \frac{2e^x}{(1+x^2)(1+e^{2x})} \\ y(0) = 3. \end{cases}$$

Allora $\lim_{x\to+\infty} \tilde{y}(x)$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 0 $\boxed{\text{B}}$: $+\infty$ $\boxed{\text{C}}$: 2 $\boxed{\text{D}}$: $\frac{\pi}{2}$ $\boxed{\text{E}}$: π $\boxed{\text{F}}$: $-\infty$

3. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x,y) := \begin{cases} \dfrac{14x(1-\cos(y))}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni

(a) f continua su $\mathbb{R}^2$ (b) $\frac{\partial f}{\partial v}(0,0) = 7v_1v_2^2$ per ogni versore $v=(v_1,v_2)$ (c) il $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(0,0)$ non esiste (d) f è differenziabile in $(0,0)$ (e) $\nabla f(0,0) = (1,0)$ (f) f non è differenziabile in $(0,0)$

tutte e sole quelle corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (b), (d) $\boxed{\text{B}}$: (a), (d), (e) $\boxed{\text{C}}$: (a), (b), (f) $\boxed{\text{D}}$: (a), (e), (f) $\boxed{\text{E}}$: (c), (e), (f) $\boxed{\text{F}}$: (c), (b), (f)

---

4. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da $f(x,y) = (y-2)(x^2-1)^2$. Allora f ammette

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: infiniti punti di sella $\boxed{\text{B}}$: infiniti punti di massimo, due punti di minimo $\boxed{\text{C}}$: infiniti punti di minimo, due punti di massimo $\boxed{\text{D}}$: infiniti punti di sella, due punti di minimo $\boxed{\text{E}}$: infiniti punti di massimo, infiniti punti di minimo, due punti di sella $\boxed{\text{F}}$: infiniti punti di sella, due punti di massimo

---

5. Siano

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \, : \, |x| - 2 \le y \le 2 - |x|\},$$
$$g(x,y) = \exp(2 - x^2 - y^2)\,.$$

Detti $M = \max_D g$ e $m = \min_D g$ si ha

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $M = e^2$ e $m = 1$ $\boxed{\text{B}}$: $M = 2$ e $m = -2$ $\boxed{\text{C}}$: $M = e^2$ e $m = e^{-2}$ $\boxed{\text{D}}$: $M = e^2$ e $m = 0$ $\boxed{\text{E}}$: $M = 1$ e $m = e^{-2}$ $\boxed{\text{F}}$: $M = e$ e $m = e^{-2}$

---

6. L'integrale curvilineo $\displaystyle\int_\Gamma \sqrt{y}\, ds$, dove Γ è la curva di rappresentazione parametrica $\vec{r}(t) = 2\cos(t)\,\vec{i} + t^2\,\vec{j} + 2\sin(t)\,\vec{k}$ con $t \in [-7,7]$, vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{4}{3}(50^{3/2}-1)$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{2}{3}(50^{3/2}-1)$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{4}{3}50^{3/2}$ $\boxed{\text{D}}$: $2(50^{3/2}-1)$ $\boxed{\text{E}}$: 0 $\boxed{\text{F}}$: 343

---

7. Determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ il campo vettoriale

$$F(x,y) = (\alpha^2 x^7 y^2 + 2xy^8)\vec{i} + (8y^{\alpha^2-1}x^2 + 2x^8 y)\vec{j}$$

è conservativo nel suo dominio, e per tali valori calcolarne l'integrale lungo la curva di parametrizzazione $\vec{r}(t) = \cos(2t)\vec{i} + \sin(2t)\vec{j}$, $t \in [\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{4}]$, percorsa in senso antiorario. Esso vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 0 $\boxed{\text{B}}$: -2^{-3} $\boxed{\text{C}}$: $-2^{-7/2}$ $\boxed{\text{D}}$: -2^{-4} $\boxed{\text{E}}$: -2^{-8} $\boxed{\text{F}}$: -2^4

---

8. L'integrale

$$\iint_T \frac{y}{(x-2)^2 + y^2}\, dxdy$$

dove $T = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ 1 \le (x-2)^2 + y^2 \le 4, \ y \le 0\}$, vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: -1 $\boxed{\text{B}}$: 2 $\boxed{\text{C}}$: 0 $\boxed{\text{D}}$: 1 $\boxed{\text{E}}$: -4 $\boxed{\text{F}}$: -2
