Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte sovrastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −0.5; risposta non data = 0;
3. La soglia di ammissione all'orale è 16 punti.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F

1. Sia F la primitiva di
$$f(x) = \frac{\arctan(e^{3x})}{e^{3x} + e^{-3x}}$$
tale che $F(0) = 0$. Sia Allora
$$16 \lim_{x\to+\infty} F(x)$$
vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{1}{4}\pi^2$ $\boxed{\text{B}}$: 0 $\boxed{\text{C}}$: $+\infty$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{1}{6}\pi^2$ $\boxed{\text{E}}$: $\frac{1}{3}\pi^2$ $\boxed{\text{F}}$: $\frac{1}{2}\pi^2$

2. Sia $\tilde{y}$ la soluzione del problema di Cauchy
$$\begin{cases} y'' - 4y = e^{2x}, \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = 3\pi + \frac{1}{4} \end{cases}$$
Allora $\tilde{y}(\frac{1}{2})$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: e $\boxed{\text{B}}$: $\frac{e}{8}$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{3\pi}{4}(e - e^{-1}) + \frac{e}{8}$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{3\pi}{4}(e - e^{-1})$ $\boxed{\text{E}}$: $\frac{3\pi}{2}(e - e^{-1}) + \frac{e}{4}$ $\boxed{\text{F}}$: 0

3. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x,y) := \begin{cases} \dfrac{e^{-\frac{(x-y)^2}{2}} - \cos(x+y)}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni

(a) f continua su $\mathbb{R}^2$ (b) f non è continua in $(0,0)$ (c) $\nexists\, \nabla f(0,0)$ (d) $\nabla f(0,0) = (0,0)$ (e) non esiste $\frac{\partial f}{\partial v}(0,0)$ con $v = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ (f) f è differenziabile

tutte e sole quelle corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (d), (e) $\boxed{\text{B}}$: (a), (d), (f) $\boxed{\text{C}}$: (b), (c) $\boxed{\text{D}}$: (a), (e) $\boxed{\text{E}}$: (a), (f) $\boxed{\text{F}}$: (b), (d), (e)

---

4. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da $f(x,y) = xe^{-2x^2} + y^2 - y$. Allora f ammette

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: un punto di massimo relativo ed un punto di sella $\boxed{\text{B}}$: un punto di massimo relativo ed un punto di minimo relativo $\boxed{\text{C}}$: due punti di sella $\boxed{\text{D}}$: un punto di minimo relativo ed un punto di sella $\boxed{\text{E}}$: due punti di minimo relativo $\boxed{\text{F}}$: due punti di massimo relativo

---

5. Siano

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, x+y \leq 2,\, 0 \leq y \leq 2,\, 0 \leq x \leq 2\},$$
$$g(x,y) = \exp(\sqrt{(x-3)^2 + (y-3)^2})\,.$$

Detti $M = \max_D g$ e $m = \min_D g$ si ha

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $m = 0$ e $M = e^{3\sqrt{2}}$ $\boxed{\text{B}}$: $m = e^{2\sqrt{2}}$ e $M = e^{3\sqrt{2}}$ $\boxed{\text{C}}$: $m = e^{\sqrt{10}}$ e $M = e^{3\sqrt{2}}$ $\boxed{\text{D}}$: $m = 0$ e $M = e^{\sqrt{10}}$ $\boxed{\text{E}}$: $m = e^{2\sqrt{2}}$ e $M = e^{\sqrt{10}}$ $\boxed{\text{F}}$: $m = 0$ e $M = e^{2\sqrt{2}}$

---

6. L'integrale curvilineo $\displaystyle\int_\Gamma 21y\, ds$, dove Γ è la curva di rappresentazione parametrica $\vec{r}(t) = t^2\,\vec{i} + 2t\,\vec{j} + 2\,\vec{k}$ con $t \in [0,1]$, vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $2^{3/2}-1$ $\boxed{\text{B}}$: $7(2^{3/2}-1)$ $\boxed{\text{C}}$: $7\cdot 2^{3/2}$ $\boxed{\text{D}}$: $28(2^{3/2}-1)$ $\boxed{\text{E}}$: $2^{3/2}$ $\boxed{\text{F}}$: $\frac{4}{3}(2^{3/2}-1)$

---

7. L'integrale curvilineo $I = \int_\Gamma \vec{F} \cdot d\Gamma$ dove $\vec{F} = (x-y)\vec{i} + (x+y)\vec{j}$ e Γ è la circonferenza di centro $(2,2)$ e raggio 1 percorsa una volta in senso antiorario vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 0 $\boxed{\text{B}}$: 2π $\boxed{\text{C}}$: 2 $\boxed{\text{D}}$: 4 $\boxed{\text{E}}$: $-\pi$ $\boxed{\text{F}}$: -2π

---

8. L'integrale

$$\iint_T 8x^2\, dxdy$$

dove $T = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\; 1 \leq x^2+y^2 \leq 2,\; x \leq 0,\; x \leq y \leq -x\}$, vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $6\left(\frac{\pi}{2}+1\right)$ $\boxed{\text{B}}$: $3\frac{\pi}{2}$ $\boxed{\text{C}}$: 3π $\boxed{\text{D}}$: $\frac{3}{2}\left(\frac{\pi}{2}+1\right)$ $\boxed{\text{E}}$: $3\left(\frac{\pi}{2}+1\right)$ $\boxed{\text{F}}$: 0
