Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte sovrastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −0.5; risposta non data = 0;
3. La soglia di ammissione all'orale è 16 punti.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F

1. L'integrale

$$\int_0^4 e^{\sqrt{x}}\, dx$$

vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: e^2 $\boxed{\text{B}}$: e^2+2 $\boxed{\text{C}}$: $2e^2+2$ $\boxed{\text{D}}$: e^2+3 $\boxed{\text{E}}$: $2e^2$ $\boxed{\text{F}}$: 0

2. Sia $\tilde{y}$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + y = xe^x \\ y(0) = -\frac{1}{2} \\ y'(0) = 2 \end{cases}$$

Allora $\tilde{y}(1)$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $2\cos 1$ $\boxed{\text{B}}$: e $\boxed{\text{C}}$: $2e$ $\boxed{\text{D}}$: $-2\sin 1$ $\boxed{\text{E}}$: $2\sin 1$ $\boxed{\text{F}}$: 2

3. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{e^{2x^2} - \cos(y^2)}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni

(a) f continua in $(0,0)$ (b) f non è continua in $(0,0)$ (c) f è differenziabile in $(0,0)$ (d) f non è differenziabile in $(0,0)$ (e) tutte le derivate direzionali di f in $(0,0)$ esistono e sono nulle (f) $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$

tutte e sole quelle corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (b), (d), (e), (f) $\boxed{\text{B}}$: (b), (d), (f) $\boxed{\text{C}}$: (a), (c), (e), (f) $\boxed{\text{D}}$: (a), (d), (f) $\boxed{\text{E}}$: (a), (d), (e), (f) $\boxed{\text{F}}$: (a), (c), (f)

---

4. Si consideri la funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$

$$f(x, y) = \alpha x^2 + 4xy + y^2$$

al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$. Delle seguenti affermazioni

(a) per $\alpha \neq 4$, $(0,0)$ è l'unico punto stazionario (b) per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$, f ha infiniti punti stazionari (c) per $\alpha = 4$, tutti i punti della retta $y = -2x$ sono di minimo assoluto (d) per $\alpha < 4$, $(0,0)$ è punto di massimo relativo (e) per $\alpha > 4$, $(0,0)$ è punto di minimo assoluto (f) per $\alpha > 4$, $(0,0)$ è punto di sella

tutte e sole quelle corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (b), (c) $\boxed{\text{B}}$: (a), (d), (e) $\boxed{\text{C}}$: (a), (d), (f) $\boxed{\text{D}}$: (a), (c), (f) $\boxed{\text{E}}$: (b), (c), (e) $\boxed{\text{F}}$: (a), (c), (e)

---

5. Siano T il dominio

$$T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ x \geq 0, \ 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$$

e $g(x, y) = x + y$. Detti m e M i valori di minimo e massimo assoluto assunti da g su T, si ha

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $m = 0$, $M = 2\sqrt{2}$ $\boxed{\text{B}}$: $m = -2$, $M = 2\sqrt{2}$ $\boxed{\text{C}}$: $m = 0$, $M = 2$ $\boxed{\text{D}}$: $m = -2$, $M = 2$ $\boxed{\text{E}}$: $m = -2\sqrt{2}$, $M = 0$ $\boxed{\text{F}}$: $m = -2\sqrt{2}$, $M = 2\sqrt{2}$

---

6. L'integrale

$$\int_\Gamma \frac{1}{16}\sqrt{y^2}ds,$$

ove Γ è la circonferenza di equazione $x^2 + y^2 = 16$, vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 0 $\boxed{\text{B}}$: 2 $\boxed{\text{C}}$: 4 $\boxed{\text{D}}$: 16 $\boxed{\text{E}}$: 8 $\boxed{\text{F}}$: 2π

---

7. L'integrale

$$\int_\Gamma \overrightarrow{F}\, \mathrm{d}\Gamma,$$

ove

$$\overrightarrow{F}(x, y) = \left(2\exp(2x)\log(2 + y), \exp(2x)\frac{1}{2 + y}\right)$$

e Γ è parametrizzata da

$$\overrightarrow{r}(t) := (\cos^3(t), \sin^3(t)), \quad t \in \left[0, \tfrac{\pi}{2}\right],$$

vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\log(3) - e^2 \log(2)$ $\boxed{\text{B}}$: 0 $\boxed{\text{C}}$: $e^2 \log(2) - \log(3)$ $\boxed{\text{D}}$: $\log\left(\frac{3}{2}\right)$ $\boxed{\text{E}}$: $\frac{\pi}{2}$ $\boxed{\text{F}}$: $e^3 \log(3) - e^2 \log(2)$

[Suggerimento: usare la teoria dei campi conservativi.....]

---

8. L'integrale
$$\iint_T \frac{9}{13} x^2 dxdy$$
con $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \ : x^2 - 1 \leq y \leq 1 - |x|, \ -1 \leq x \leq 1\}$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{3}{10}$ $\boxed{\text{B}}$: 0 $\boxed{\text{C}}$: $\frac{3}{20}$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{3}{5}$ $\boxed{\text{E}}$: $-\frac{3}{10}$ $\boxed{\text{F}}$: $\frac{1}{2}$
