Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte sovrastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. risposta esatta $= +4$; risposta sbagliata $= -0.5$; risposta non data $= 0$;
3. La soglia di ammissione all'orale è 16 punti.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F

1. Sia F la primitiva di
$$f(x) = x\arctan(3x^2+1)$$
tale che $F(0) = 0$. Allora
$$\lim_{x\to+\infty} \frac{F(x)}{x^2}$$
vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{\pi}{2}$ $\boxed{\text{B}}$: $-\frac{\pi}{4}$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{3}{2}\pi$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{3}{4}\pi$ $\boxed{\text{E}}$: $+\infty$ $\boxed{\text{F}}$: $\frac{\pi}{4}$

2. Sia $\tilde{y}$ la soluzione del problema
$$\begin{cases} y'' - y' - 2y = 0 \\ y(0) = 3 \\ \lim\limits_{x\to+\infty} y(x)e^{-2x} = 1 \end{cases}$$
Allora $\tilde{y}(1)$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $2e^{-1}$ $\boxed{\text{B}}$: e^2 $\boxed{\text{C}}$: $2e^{-1}+e^2$ $\boxed{\text{D}}$: $3e^2$ $\boxed{\text{E}}$: e^{-1} $\boxed{\text{F}}$: $2e^2$

3. Sia $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ la funzione data da

$$f(x,y) := \begin{cases} \dfrac{e^{\cos(2x^2)-1}-1-\log(1+y^2)}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{se } (x,y)\neq(0,0) \\ \\ 0 & \text{se } (x,y)=(0,0). \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni

(a) f continua su $\mathbb{R}^2$ (b) f non è continua in $(0,0)$ (c) $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)=1$ (d) $\nexists \nabla f(0,0)$ (e) f non è differenziabile in $(0,0)$ (f) esiste il piano tangente al grafico di f nel punto $(0,0,0)$

tutte e sole quelle corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (d), (e) $\boxed{\text{B}}$: (a), (c), (f) $\boxed{\text{C}}$: (b), (c), (e) $\boxed{\text{D}}$: (d), (e) $\boxed{\text{E}}$: (a), (f) $\boxed{\text{F}}$: (b), (d), (e)

---

4. Sia $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ la funzione definita da $\quad f(x,y)=\frac{1}{4}(x-2)^2+xy^2.$

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $(0,\pm1)$ sono punti di sella, $(2,0)$ è di massimo relativo $\boxed{\text{B}}$: $(0,\pm1)$ sono punti di minimo, $(2,0)$ è di sella $\boxed{\text{C}}$: $(0,1)$ è di massimo relativo, $(0,-1)$ è di minimo relativo, $(2,0)$ è di sella $\boxed{\text{D}}$: $(0,\pm1)$, $(2,0)$ sono punti di sella $\boxed{\text{E}}$: $(0,\pm1)$ sono punti di sella, $(2,0)$ è di minimo relativo $\boxed{\text{F}}$: $(0,\pm1)$ sono punti di massimo relativo, $(2,0)$ è di minimo relativo

---

5. Siano

$$D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\ :\ x+y\le 2,\ 0\le y\le 2,\ 0\le x\le 2\},$$
$$g(x,y)=\sqrt{(x-2)^2+(y-1)^2}\,.$$

Detti $M=\max_D g$ e $m=\min_D g$ si ha

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $m=0$ e $M=\sqrt{17}$ $\boxed{\text{B}}$: $m=\frac{1}{\sqrt{2}}$ e $M=\sqrt{5}$ $\boxed{\text{C}}$: $m=0$ e $M=\sqrt{5}$ $\boxed{\text{D}}$: $m=1$ e $M=\sqrt{5}$ $\boxed{\text{E}}$: $m=\sqrt{5}$ e $M=\sqrt{17}$ $\boxed{\text{F}}$: $m=\frac{1}{\sqrt{2}}$ e $M=\sqrt{17}$

---

6. La lunghezza della curva di rappresentazione parametrica

$$\vec{r}(t)=\cos^3 t\,\vec{i}+\sin^3 t\,\vec{j},\qquad 0\le t\le\frac{\pi}{2},$$

è

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 0 $\boxed{\text{B}}$: 3 $\boxed{\text{C}}$: $-\frac{3}{2}$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{3}{2}$ $\boxed{\text{E}}$: π $\boxed{\text{F}}$: 2π

---

7. Si consideri il campo vettoriale $\vec{F}:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$, definito da

$$\vec{F}(x,y)=\left(e^x(\cos x-\sin x)+e^x\sin y+\cos y\right)\,\vec{i}+\left(e^x\cos y-x\sin y+y\right)\,\vec{j}\,;$$

delle seguenti affermazioni

(a) $\overrightarrow{F}$ è conservativo, (b) $\frac{\partial F_2}{\partial x}(x,y)-\frac{\partial F_1}{\partial y}(x,y)=2$, per ogni $(x,y)\in\mathbb{R}^2$ (c) $\oint_\Gamma \overrightarrow{F}\cdot d\Gamma=1$ essendo Γ la circonferenza di centro $(0,0)$ e raggio 2, percorsa una volta in senso antiorario

(d) Il campo scalare $\varphi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definito da $\varphi(x, y) = e^x \cos x + e^x \sin y + x \cos y + \frac{1}{2}y^2 + 2$ è un potenziale per $\overrightarrow{F}$ (e) $\int_\Gamma \overrightarrow{F} \cdot d\Gamma = \frac{\pi^2}{2}$ dove Γ è il segmento congiungente $(0, 0)$ e $(0, \pi)$ quelle corrette sono tutte e sole

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (b), (c), (e) $\boxed{\text{B}}$: (a), (d), (e) $\boxed{\text{C}}$: (b), (c) $\boxed{\text{D}}$: (a), (e) $\boxed{\text{E}}$: (b), (e) $\boxed{\text{F}}$: (c), (e)

---

8. L'integrale

$$\frac{1}{4} \iint_T [(2 \sin(y^3) - y^2]\, dxdy$$

dove $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \ (x - 1)^2 + y^2 \leq 4\}$, vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: π $\boxed{\text{B}}$: -4π $\boxed{\text{C}}$: $\frac{\pi}{2}$ $\boxed{\text{D}}$: 4π $\boxed{\text{E}}$: $-\pi$ $\boxed{\text{F}}$: -1
