Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte sovrastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −0.5; risposta non data = 0;
3. La soglia di ammissione all'orale è 16 punti.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F

1. L'integrale

$$\int_3^5 \frac{1}{(x-2)\sqrt{x-1}}\,dx$$

vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\log\frac{1}{3}$ $\boxed{\text{B}}$: $\log\frac{1}{\sqrt{2}+1}$ $\boxed{\text{C}}$: $\log\frac{1}{3}-\log\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$ $\boxed{\text{D}}$: 3 $\boxed{\text{E}}$: $\log\frac{1}{3}-\log\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}$ $\boxed{\text{F}}$: $\log\frac{1}{2}-\log\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}$

2. Sia $\tilde{y}$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + \dfrac{y}{1+x^2} = xe^{x-\arctan x} \\ y(0) = 2. \end{cases}$$

Allora $\lim_{x\to-\infty}\tilde{y}(x)$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $e^{-\pi/2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{3}{\pi}$ $\boxed{\text{C}}$: 3 $\boxed{\text{D}}$: 0 $\boxed{\text{E}}$: $3e^{\pi/2}$ $\boxed{\text{F}}$: $e^{\pi/2}$

3. Sia $\beta > 0$ e sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{\left|\arctan(x^2+y^2)-\sin(x^2+y^2)\right|^{\beta-1}}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni

(a) f continua in $(0,0)$ per ogni $\beta > 1$ (b) f è continua in $(0,0)$ se e solo se $\beta > \frac{7}{6}$ (c) $\nabla f(0,0) = (0,0)$ per ogni $\beta > 1$ (d) $\nabla f(0,0) = (0,0)$ per ogni $\beta > \frac{4}{3}$ altrimenti $\nexists\ \nabla f(0,0)$ (e) f è differenziabile in $(0,0)$ se e solo se $\beta > \frac{4}{3}$ (f) f è differenziabile in $(0,0)$ per ogni $\beta > 1$

tutte e sole quelle corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (c), (f) $\boxed{\text{B}}$: (b), (e) $\boxed{\text{C}}$: (b), (c) $\boxed{\text{D}}$: (b), (d), (e) $\boxed{\text{E}}$: (a), (c), (e) $\boxed{\text{F}}$: (a), (f)

---

4. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x,y) = \arctan(x^2) + \arctan\left(\frac{y^3}{3} - 4y\right).$$

Allora f ammette

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: un punto di massimo relativo e un punto di sella $\boxed{\text{B}}$: un punto di minimo relativo e un punto di massimo relativo $\boxed{\text{C}}$: due punti di sella $\boxed{\text{D}}$: due punti di minimo relativo $\boxed{\text{E}}$: due punti di massimo relativo $\boxed{\text{F}}$: un punto di minimo relativo e un punto di sella

---

5. Si consideri la regione di piano

$$C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ x \geq 0,\ y \geq 0,\ 36 \leq x^2 + y^2 \leq 64\},$$

e sia $f(x,y) = \exp(x+y)$. Detti m e M il minimo ed il massimo di f su C, si ha

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $m = 0$ e $M = \exp(8)$ $\boxed{\text{B}}$: $m = \exp(6)$ e $M = \exp(8\sqrt{2})$ $\boxed{\text{C}}$: $m = 6$ e $M = 8$ $\boxed{\text{D}}$: $m = 6$ e $M = 8\sqrt{2}$ $\boxed{\text{E}}$: $m = \exp(6\sqrt{2})$ e $M = \exp(8\sqrt{2})$ $\boxed{\text{F}}$: $m = 6\sqrt{2}$ e $M = 8\sqrt{2}$

---

6. Data la curva Γ di rappresentazione parametrica

$$\vec{r}(t) = \frac{1-7t^2}{2}\vec{i} + 7t\vec{j} + \frac{1+7t^2}{2}\vec{k}, \qquad t \in \left[-\frac{3}{\sqrt{2}}, \frac{3}{\sqrt{2}}\right]$$

l'integrale curvilineo

$$\int_\Gamma \frac{1}{\left[1 + 2\left(\frac{y}{7}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}}\, ds \qquad \text{vale}$$

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $3\sqrt{2}$ $\boxed{\text{B}}$: $21\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\boxed{\text{C}}$: $21\sqrt{2}$ $\boxed{\text{D}}$: 0 $\boxed{\text{E}}$: $7\sqrt{2}$ $\boxed{\text{F}}$: $42\sqrt{2}$

---

7. Sia dato il campo vettoriale

$$\vec{F}(x,y) = (ax\sin(\pi y) + y^2)\,\vec{i} + (x^2\cos(\pi y)) + bxy)\,\vec{j}$$

dove $a, b \in \mathbb{R}$. Determinare a, b in modo che $\vec{F}$ risulti conservativo ed in tal caso calcolare $I = \int_\Gamma \vec{F}\,d\vec{r}$ dove Γ è una curva regolare da $(1,0)$ a $(1,1)$.

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $a = \frac{2}{\pi}$, $b = 2$ e $I = 1$ $\boxed{\text{B}}$: $a = 2$, $b = \frac{2}{\pi}$ e $I = 1$ $\boxed{\text{C}}$: $a = 2$, $b = 2$ e $I = 1$ $\boxed{\text{D}}$: $a = \frac{2}{\pi}$, $b = 2$ e $I = 0$ $\boxed{\text{E}}$: $a = 2$, $b = 2$ e $I = 0$ $\boxed{\text{F}}$: $a = 1$, $b = \frac{2}{\pi}$ e $I = 1$

---

8. L'integrale doppio

$$\iint_T (7 - 7x)dxdy,$$

ove T è la regione di piano definita da $T = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, 0 \le x \le 1 \text{ e } x^2 \le y \le \sqrt{x}\}$, vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{77}{60}$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{42}{11}$ $\boxed{\text{C}}$: $-\frac{42}{11}$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{77}{30}$ $\boxed{\text{E}}$: $-\frac{77}{60}$ $\boxed{\text{F}}$: $-\frac{77}{30}$
