

Esercizi su calcolo di derivate, e studio della differenziabilità

1.

$$I = \iint_T \frac{1}{1+x} dx dy,$$

ove dove T è il dominio limitato da $y = x^2$ e $x = y^2$.

2.

$$I = \iint_T \frac{x^2}{1+xy} dx dy$$

ove T è il triangolo di vertici $(0, 0)$, $(1, 0)$, e $(1, 1)$.

3.

$$I = \iint_T xy dx dy$$

ove T è il triangolo di vertici $(-1, 0)$, $(0, 1)$, e $(2, 0)$.

$$I = \iint_T x^2 dx dy$$

con $T = Q_2 \setminus Q_1$ e $Q_1 = [-1, 1] \times [-1, 1]$, $Q_2 = [-2, 2] \times [-2, 2]$.

4.

$$I = \iint_T x \cos(y^3) dx dy$$

con

$$T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 2\}$$

5.

$$I = \iint_{[-1,1] \times [-1,1]} (x^2 + y^2 + x \sin(x^2 + y^4))$$

6. Calcolare il volume V compreso fra i grafici delle funzioni

$$f(x, y) = x^2, \quad g(x, y) = x^2 + y$$

sul triangolo di vertici $(-1, 0)$, $(0, 0)$, $(0, 1)$.

7.

$$I = \iint_{[0,2] \times [0,1]} \sin(|y-x|) dx dy$$

8.

$$I = \iint_T x^2 y dx dy,$$

con

$$T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 - 1 \leq 0 \text{ e } x + y - 1 \geq 0\}.$$

9.

$$\iint_T \frac{1}{x^2 + y^2} dx dy$$

con

$$T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x \leq e, 0 \leq y \leq x\}.$$

10.

$$I = \iint_T \sqrt{4 - x^2 - y^2} \, dx dy$$

con

$$T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4\}$$

11.

$$I = \iint_T e^{-x^2 - y^2} \, dx dy$$

ove

$$T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 0\}$$

12.

$$I = \iint_T y^2 \, dx dy$$

con

$$T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 0, x + y \geq 0\}$$

13.

$$I = \iint_T x \, dx dy$$

ove

$$T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq 1, 1 \leq (x - 2)^2 + (y - 1)^2 \leq 4\}$$

14. Siano T il triangolo di vertici $A = (-2, 4)$, $B = (2, 0)$, e $C = (-2, -4)$ e

$$D = \{(x, y) \in T : x^2 + y^2 \geq 1\}$$

Calcolare

$$I = \iint_D x^2 \, dx dy$$

15.

$$I = \iint_D (x + y) \, dx dy$$

ove

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \leq 0, \frac{x^2}{4} + y^2 \leq 1\}$$

16.

$$I = 2 \iint_T xy e^{\frac{2y^2}{x^2 + y^2}} \, dx dy,$$

dove

$$T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0, 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$$

17.

$$\iint_C f(x, y) \, dx \, dy$$

con

$$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\},$$

$$f(x, y) = \begin{cases} 3 & \text{se } y \geq x, \\ x & \text{se } y < x \end{cases}$$

18.

$$I = \iint_T \frac{(x - y)^2}{1 + (x - y)^2} \, dx \, dy$$

con

$$T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 2, 0 \leq x - y \leq 2\}$$

19.

$$I = \iint_T y \, dx \, dy$$

con

$$T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, x^2 + y^2 \leq 2, y \geq x^2\}$$