

Esercizi su equazioni lineari del second'ordine a coefficienti costanti

1.

$$\begin{cases} y''(x) - 4y(x) = 0, \\ y(0) = 1, \\ y'(0) = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

2.

$$\begin{cases} y''(x) - 2y'(x) + y(x) = 0, \\ y(1) = 0, \\ y'(1) = 2. \end{cases}$$

3.

$$y'' + 16y = 0$$

4.

$$y'' - 2y' + 5y = 0$$

5.

$$\begin{cases} y''(x) + y'(x) + y(x) = 0, \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = \pi. \end{cases}$$

6. Sia u la soluzione di

$$\begin{aligned} u'' + 4u' + 4u &= 0 \\ \text{t.c. } \lim_{t \rightarrow +\infty} u(t)e^{2t} &= 2 \end{aligned}$$

Calcolare $u(0)$.

7. Trovare la soluzione pari di

$$9y'' - y = 0$$

tale che $y(0) = 3$.

8.

$$y'' + 2\alpha y' + 3y = 0$$

Equazioni lineari del second'ordine a coefficienti costanti NON OMOGENEE

1. Trovare una sol. particolare di

$$y'' - 4y = x$$

2.

$$y'' + 4y = x \sin(2x)$$

3.

$$\begin{cases} y'' - 4y = 4e^{2x} \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

4. Calcolare l'integrale generale di

$$2y'' - y' - y = e^{-x} \sin(2x)$$

5. Data $\alpha \in \mathbb{R}$, sia u_α la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - y = 2 \cos(x) \\ y(0) = 2\alpha, \quad y'(0) = 0 \end{cases}$$

Determinare

$$\inf \left\{ \alpha \in \mathbb{R} : \lim_{x \rightarrow +\infty} y_\alpha(x) = +\infty \right\}$$

6.

$$y'' - y = x + \sin(2x)$$

7. Trovare l'integrale generale di

$$y'' - y = e^x \sin(x) + 3x$$

8. Trovare la soluz. di

$$4u''(t) + u(t) = 1$$

tale che u è pari e

$$\int_0^{\pi/2} u(t) dt = 1.$$

9. Cercare la soluz. di

$$\begin{cases} u''(t) - u(t) = 1 \\ u'(0) = 1 \end{cases}$$

tale che

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{u(t)}{t} = 0.$$

10.

$$\begin{cases} y'' + 9y = 0, \\ y(0) = 0, \\ y\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0. \end{cases}$$