

Esercizi sullo studio dei punti di estremo liberi

1. Calcolare i punti di estr. rel. di

$$f(x, y) = x^3 - 7x^2 + 12x + 2xy + 2y^2 \quad \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$$

2. Studiare i punti di estr. rel. di

$$f(x, y) = 6xy - x^2y - xy^2 \quad \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$$

Esercizio assegnato: Studiare i punti di estremo relativo di

$$f(x, y) = xy + y^2 - 3x \quad \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$$

$[(-6, 3)$ punto di sella]

3. Studiare i punti di estr. rel. di

$$f(x, y) = \log(1 + x^2) + \sin^2(y) \quad \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$$

4. Studiare i punti di estremo relativo di

$$f(x, y) = x^2 - \sin(y) \quad \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$$

5. Studiare i punti di estremo relativo di $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x, y) = \frac{1}{1 + e^{x^2 + y^2 - 2x + 4y + 8}}$$

6. Studiare i punti di estremo relativo di

$$f(x, y, z) = (x^2 + y^2)^2 + z^2 - xy \quad \forall (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$$

7. Studiare i punti di estr. rel. di

$$f(x, y) = x^3 + (x - y)^2 \quad \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$$

8. Classificare $(0, 0)$ per

$$f(x, y) = xy(x - y^2)$$

9. Classificare $(0, 0)$ per

$$f(x, y) = x \arctan(x) \ln(1 - x^2 - y^2)$$

10. Studiare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, i punti di estr. rel. di

$$f_\alpha(x, y) = x^2 + \alpha y^4 \quad \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$$

11. Data

$$f(x, y) = (y - x^2)^4(y - 7x)$$

verificare che i punti (α, α^2) sono stazionari per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$, e classificarli.

12. Classificare $(0, 0)$ per

$$f(x, y) = x^2 - y^4 + x^4y$$

13. Studiare i punti di estremo relativo di

$$f(x, y) = x^2 + xy^3 \quad \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$$

Esercizio assegnato: studiare i punti di estremo relativo di

$$\begin{cases} f_1(x, y) = x^4 - y^2 & \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 \\ f_2(x, y) = x^2y - xy^2 & \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 \end{cases}$$

In entrambi i casi:

[[0, 0] punto di sella]

14. Studiare i punti di estr. rel. di

$$f(x, y) = x^3y^2(2 - x - y) \quad \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$$

15. Studiare i punti di estremo relativo di

$$f(x, y) = \sin(x)e^{\cos(y)} \quad \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$$