

Analisi Matematica B

Tempo a disposizione: 75 minuti

Esercizio 1. Calcolare

$$\int_2^5 \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx$$

[Punteggio: 5 punti]

Esercizio 2. Studiare continuità, derivabilità parziale e direzionale, e differenziabilità in $(0, 0)$ di

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(7x)xy^2}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

[Punteggio: 6 punti]

Esercizio 3. Siano $\beta \in \mathbb{R}$ e $F : A \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definito da

$$F(x, y) = \left(3x^2y^7 \exp(x^3y^7) - \frac{2x}{(x^2 + y^2)^2} \right) \vec{i} + \left(\beta x^3y^6 \exp(x^3y^7) - \frac{2y}{(x^2 + y^2)^2} \right) \vec{j}.$$

Determinare il dominio A di F e per quali valori di β il campo vettoriale ammette un potenziale ϕ . Per tali valori, calcolare

$$\int_{\gamma} F,$$

con γ il segmento da $(1, 0)$ a $(0, \sqrt{2})$.

[Punteggio: 6 punti]

Esercizio 4. Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_A \cos(x^2 + y^2) dx dy$$

dove

$$\begin{cases} A = \{(x, y) \in D : 0 \leq y \leq x \text{ o } x \leq y \leq 0\}, \\ D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 3\} \end{cases}$$

[Punteggio: 5 punti]

Esercizio 5. Rispondere alle seguenti domande:

- Dare la definizione (opportunosamente ambientata) di funzione differenziabile in un punto.
- Scrivere l'enunciato del secondo teorema fondamentale del calcolo per l'integrale di Riemann.
- Scrivere l'enunciato del criterio (o test) della matrice Hessiana per funzioni di 2 variabili.
- Dimostrare, a scelta, uno dei suddetti teoremi.

[Punteggio: 8 punti]