

Scritto di Analisi Matematica B – 13 Luglio 2020

Tempo a disposizione: 75 minuti

Esercizio 1. Calcolare la primitiva $F : [1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ della funzione

$$f(x) = \frac{\log(x)}{x^2}, \quad x \geq 1,$$

tale che $F(2) = 1$.

[Punteggio: 5 punti]

Esercizio 2. Si consideri il campo scalare

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\arctan(6x^2y) \log(e + x^2y^2)}{\exp(x^2 + y^2) - 1} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

1. f è continuo in $(0, 0)$?
2. Calcolare $\frac{\partial f}{\partial v}(0, 0)$ per ogni versore $v = (v_1, v_2)$.
3. f è differenziabile in $(0, 0)$?

[Punteggio: 6 punti]

Esercizio 3. Classificare i punti di estremo relativo del campo scalare

$$f(x, y) = \arctan \left(1 + x^2 + \frac{y^3}{3} - 49y \right).$$

[Punteggio: 6 punti]

Esercizio 4. Sia γ la curva grafico della funzione $g(x) = \sqrt{1 + x^2}$, $x \in [1, 2]$. Calcolare l'integrale curvilineo

$$\int_{\gamma} x \log(y^2) \sqrt{\frac{1 + x^2}{1 + 2x^2}} ds.$$

[Punteggio: 5 punti]

Esercizio 5. Rispondere alle seguenti domande:

- (a) Sia $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ un campo scalare. Dare la definizione delle seguenti proprietà: “ $x_0 \in A$ è un punto di massimo/minimo relativo per f .”
- (b) Enunciare il teorema di Fermat.
- (c) Dare la definizione di funzione differenziabile in un punto e il teorema sul rapporto fra differenziabilità e continuità.
- (d) Dimostrare, a scelta, uno dei suddetti teoremi.

[Punteggio: 8 punti]