

# Esercizi sulla ricerca di punti di estremo assoluto tramite curve di livello

Riccarda Rossi

Università di Brescia

**Analisi II**

# Il metodo delle curve di livello (I)

Si applica per studiare gli estremi assoluti di funzioni  $f(x, y)$  delle quali sappiamo disegnare le curve di livello

$$f(x, y) = k, \quad k \in \mathbb{R},$$

cioè gli insiemi dove  $f$  è costante  $= k$ .

Per esempio

- (a)  $f(x, y) = ax + by + c$     curve di livello: rette
- (b)  $f(x, y) = ax^2 + by^2$     curve di livello: ellissi
- (c)  $f(x, y) = y - ax^2$     curve di livello: parabole
- (d)  $f(x, y) = ax^2 - by^2$     curve di livello: iperboli

## Il metodo delle curve di livello (II)

Per calcolare i **valori di estremo assoluto** di  $f : A \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ , con  $A$  compatto, posso procedere così:

- 1 disegno la generica curva di livello

$$f(x, y) = k, \quad k \in \mathbb{R},$$

- 2 considero le intersezioni di  $\{(x, y) : f(x, y) = k\}$  con  $A$ : sono i sottoinsiemi di  $A$  dove  $f$  vale  $k$
- 3 Calcolo il valore massimo  $k_{\max}$  per cui  $\{(x, y) : f(x, y) = k\}$  ha intersezione NON VUOTA con  $A$ : questo sarà il valore di massimo assoluto di  $f$  su  $A$ ;
- 4 Calcolo il valore minimo  $k_{\min}$  per cui  $\{(x, y) : f(x, y) = k\}$  ha intersezione NON VUOTA con  $A$ : questo sarà il valore di minimo assoluto di  $f$  su  $A$ .