# Integrali indefiniti (IV)

## Integrali indefiniti di alcune funzioni elementari

$$\forall\, r \in \mathbb{R} \setminus \{-1\} \qquad \int x^r \,\mathrm{d}x = \frac{x^{r+1}}{r+1} + c\,,$$

$$\int \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x = \ln(|x|) + c\,,$$

$$\forall\, \alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \qquad \int \sin(\alpha x)\,\mathrm{d}x = -\frac{1}{\alpha}\cos(\alpha x) + c\,,$$

$$\forall\, \alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \qquad \int \cos(\alpha x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{\alpha}\sin(\alpha x) + c\,,$$

$$\forall\, \alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \qquad \int \frac{1}{\cos^2(\alpha x)}\,\mathrm{d}x = \int \Big(1 + \tan^2(\alpha x)\Big)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{\alpha}\tan(\alpha x) + c\,,$$

$$\forall\, \alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \qquad \int e^{\alpha x}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{\alpha}e^{\alpha x} + c\,,$$

$$\forall\, \alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \qquad \int \frac{1}{1+\alpha^2 x^2}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{\alpha}\arctan(\alpha x) + c\,.$$

**Linearità degli integrali indefiniti** Date due funzioni

$$f\,,g : (a,b) \to \mathbb{R},$$

siano

$$F : (a,b) \to \mathbb{R} \text{ una primitiva di } f \text{ in } (a,b)$$
$$\text{e } G : (a,b) \to \mathbb{R} \text{ una primitiva di } g \text{ in } (a,b).$$

Allora, per ogni coppia di costanti $\alpha$, $\beta \in \mathbb{R}$, la funzione

$$\alpha F + \beta G \text{ è una primitiva della funzione } \alpha f + \beta g.$$

Si ha quindi

$$\int (\alpha f(x) + \beta g(x))\, \mathrm{d}x = \alpha F(x) + \beta G(x) + c\,.$$