

TERZO FOGLIO DI ESERCIZI

(da consegnare entro il 02.12.2009)

Limiti. *i).* Dare le definizioni formali (con ε , δ , etc.) dei seguenti limiti:

$$\begin{aligned} a) \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty; \quad b) \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty; \quad c) \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty; \\ d) \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty; \quad e) \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty; \quad f) \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty. \end{aligned}$$

ii). Dire se le seguenti funzioni ammettono un asintoto obliquo per $x \rightarrow +\infty$ e in caso affermativo calcolarlo:

1. $f(x) := \frac{2x^4 + 3x^3 - 3x}{9x^3 - 2x^2}$. (Quale è $\text{dom}(f)$?)
2. $g(x) := \frac{x^5 - 3x^2}{2x^4 + x^3} + \frac{\sin(5x)}{x}$. (Quale è $\text{dom}(g)$?)
3. $h(x) := \frac{\arctan(3x^4)}{x^2} + \frac{x^3 - \cos(5x)}{x^2}$. (Quale è $\text{dom}(h)$?)

iii). Calcolare i seguenti limiti (avendo cura di classificare le eventuali forme indeterminate):

1. a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{x}$; b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - 1}{x \tan(x)}$; c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x - e^{-x})$; d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (e^x - e^{-x})$;
2. a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(x) - 2(\ln(x))^2}{(1 + \ln(x))^2}$; b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \cos(x) \exp\left(\frac{1}{\sin(x)}\right)$; c) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \cos(x) \exp\left(\frac{1}{\sin(x)}\right)$;
 d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 (\sin(2x))^3}{3 \sin(x^5)}$;
3. a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x^2 + 3x) \arctan(3x)}{x^3 + 4x}$; b) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{(\ln(1 - 6x)(x^2 + 3))}{x}$; c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\arctan((x - 2)^2)(x^2 + 3)}{x^2 - 4x + 4}$.
4. a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x^5 + x^6 - x^3) \exp\left(\frac{1}{x^3}\right)}{3x^6 - 8x + 9}$.

iv). Classificare gli eventuali punti di discontinuità delle seguenti funzioni:

$$f(x) := \begin{cases} \frac{10}{\pi} \arctan\left(\frac{1}{(x-3)^2}\right), & x > 3; \\ 4, & x = 3; \\ 5 \ln(e + (x-3)), & x < 3. \end{cases} \quad g(x) := \begin{cases} e^x + \exp\left(-\frac{1}{x}\right) - 2 \cos(x), & x > 0; \\ 2, & x = 0; \\ \frac{\ln(1+x^2) \sin(x)}{x}, & x < 0. \end{cases}$$

$$h(x) := \begin{cases} \exp\left(\frac{1}{x-4}\right), & x > 4; \\ 2, & x = 4; \\ \ln(4-x), & x < 4. \end{cases} \quad \ell(x) := \begin{cases} \cos\left(\frac{1}{(x-2)^2}\right), & x > 2; \\ 2, & x = 2; \\ \arctan(3x) + \frac{9}{\pi} \ln(2-x), & x < 2. \end{cases}$$