

Analisi Matematica I

03.04.2023

Tempo a disposizione: 90 minuti

Esercizio 1. Determinare l'insieme degli $z \in \mathbb{C}$ tali che il numero complesso

$$\frac{(1+i\sqrt{3})^{10}}{4(2e^{\frac{\pi}{6}i}-2i)^7} \left(z^2 + e^{\frac{3}{2}\pi i} \right)$$

abbia parte immaginaria nulla.

[Punteggio: 6 punti]

Esercizio 2. Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log \left(\cos \left(\frac{\sqrt{3}}{n} \right) \right)}{\left(\sqrt{n + n^4} - n^2 \right)^2}.$$

[Punteggio: 5 punti]

Esercizio 3. Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\alpha^2 - 3}{2} \right)^n \frac{1}{n \log(n^5 + \arctan(n))}$$

al variare del parametro $\alpha > 0$.

[Punteggio: 6 punti]

Esercizio 4. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \arctan(\cos(x^{\alpha-3})) & \text{se } x > 0 \\ 2 & \text{se } x = 0 \\ \log(1 + (\arctan(|x|)^x)) & \text{se } x < 0 \end{cases}.$$

Classificare la discontinuità di f in $x = 0$ al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$.

[Punteggio: 6 punti]

Esercizio 5. Calcolare l'integrale

$$\int_0^1 x \log(1 + x^2) dx$$

[Punteggio: 5 punti]

Esercizio 6. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 4y' + 4y = 3e^{-x} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

[Punteggio: 5 punti]

Punteggio di ammissione alla prova di teoria: si è ammessi alla prova di teoria solo con un punteggio maggiore o uguale a **16**.