

# Analisi Matematica I

13.01.2023

Tempo a disposizione: 90 minuti

**Esercizio 1.** Determinare, in forma esponenziale, le soluzioni del sistema

$$\begin{cases} z^4 - 16 \left( \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i \right) = 0 \\ 3 \exp\left(\frac{3}{2}\pi i\right) (z + |\exp\left(\frac{7}{6}\pi i\right)| - |\exp\left(\frac{3}{4}\pi i\right)| - \bar{z}) > 0 \end{cases}$$

[Punteggio: 5 punti]

**Esercizio 2.** Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^{n+4}}{(n+1)^{n+2} + n!} \left( 1 - \cos\left(\frac{1}{n}\right) \right)$$

[Punteggio: 5 punti]

**Esercizio 3.** Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} [\log((n!)^{n+1} + \arctan(3n^n)) - (n+1)\log(n!)]$$

[Punteggio: 5 punti]

**Esercizio 4.** Determinare per quali valori del parametro  $\alpha > 0$  la funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  data da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(\sin x)^2 - \sin(x^2)}{x^\alpha} & \text{se } x > 0 \\ \arctan(x^2) & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

è derivabile in  $x = 0$ .

[Punteggio: 5 punti]

**Esercizio 5.**

$$\int_0^1 \arctan(x-1) dx$$

[Punteggio: 6 punti]

**Esercizio 6.** Calcolare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (y^2 + 1)x \log(x) \\ y(1) = 0 \end{cases}$$

[Punteggio: 6 punti]

---

**Punteggio di ammissione alla prova di teoria:** si è ammessi alla prova di teoria solo con un punteggio maggiore o uguale a **16**.