

# Analisi Matematica I

21.06.2023

Tempo a disposizione: 90 minuti

**Esercizio 1.** Determinare il luogo geometrico degli  $z \in \mathbb{C}$  tali che

$$\operatorname{Re}\left[e^{\pi i \frac{17}{2}} z - e^{\pi i \frac{33}{2}} \bar{z} + z^2\right] = \operatorname{Re}(z(z - \bar{z})).$$

[Punteggio: 5 punti]

---

**Esercizio 2.** Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (6e^n + 5n^7) \left[ (1 + e^{-n})^{\frac{1}{2}} - (1 - e^{-n})^{\frac{1}{2}} \right]$$

[Punteggio: 5 punti]

---

**Esercizio 3.** Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} e^n n! \left( \exp\left(\frac{1}{(n!)^{2\alpha}}\right) - 1 - \sin\left(\frac{1}{(n!)^{2\alpha}}\right) \right)$$

al variare del parametro  $\alpha > 0$ .

[Punteggio: 6 punti]

---

**Esercizio 4.** Determinare per quali valori del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$  la funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^{-1}(x+1)^{2/x} & \text{se } x > 0 \\ 1 & \text{se } x = 0 \\ \exp\left(\arctan\left(\frac{\pi}{4|x|^{\alpha-1}}\right) + 1\right) & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

ammette un punto di discontinuità eliminabile in  $x = 0$ .

[Punteggio: 5 punti]

---

**Esercizio 5.** Calcolare l'integrale

$$\int_{e^{-1}}^1 \frac{\log x + 2}{(\log x)^2 + 2 \log x + 2} \frac{dx}{x}$$

[Punteggio: 6 punti]

---

**Esercizio 6.** Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} xy'(x) = \frac{y(x) \log(x)}{\sqrt{1 + \log^2(x)}} \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

[Punteggio: 5 punti]

---

**Punteggio di ammissione alla prova di teoria:** si è ammessi alla prova di teoria solo con un punteggio maggiore o uguale a 16.