

# Analisi Matematica I – Prototipo di prova scritta

Tempo a disposizione: 90 minuti

**Esercizio 1.** Risolvere l'equazione in campo complesso

$$|z + 1| - i|z| = |z + i| - i$$

[Punteggio: 5 punti] oppure, un esercizio sul calcolo di sup & inf

**Esercizio 2.** Determinare, al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ , il carattere della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^{\alpha} (\log(1 + n^3) - 3 \log(n))$$

[Punteggio: 6 punti] oppure, lo studio del carattere di un integrale improprio

**Esercizio 3.** Calcolare i limiti, e gli eventuali asintoti, della seguente funzione negli estremi del suo dominio di definizione:

$$f(x) = \begin{cases} x^2(\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2}) & x \geq -1, \\ \arctan(x^5(1 - \exp(\frac{1}{x^5}))) & x < -1 \end{cases}$$

[Punteggio: 5 punti] oppure, studio di punti di massimi e minimo relativo, o studio di convessità

**Esercizio 4.** Indicare se la funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[4]{x} \sin(x)}{e^{x^2}} & \text{se } x \geq 0, \\ \frac{1 - e^{x^2}}{x} & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

ha in  $x_0 = 0$  un punto di non derivabilità e, in tal caso, classificarlo. oppure, classificazione di un punto di discontinuità

[Punteggio: 5 punti]

**Esercizio 5.** Calcolare l'integrale

$$\int_1^2 \frac{1}{x^2} \log(x + 2) dx.$$

oppure, calcolo di un limite di successione o di funzione

[Punteggio: 6 punti]

**Esercizio 6.** Calcolare la soluzione del problema di Cauchy  $\tilde{y}$

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{e^{-y^2(x)}}{y(x)} x \arctan(x) \\ y(0) = 1 \end{cases}.$$

[Punteggio: 5 punti] oppure, calcolo di un limite di successione o di funzione

---

**Punteggio di ammissione alla prova di teoria:** si è ammessi alla prova di teoria solo con un punteggio maggiore o uguale a 16.