

## Test di Autovalutazione

ANALISI MATEMATICA 1, AUTLT, A.A. 2020/21

**Esercizio 1:** Sia  $A \subset \mathbb{R}$  dato da

$$A = \left\{ 1 + \frac{\cos(n\pi)}{n+1} \arctan\left(\frac{1}{n}\right) : n \geq 1 \right\}$$

Determinare

1.  $\max A, \min A, \sup A, \inf A$  [punteggio: 2].
2. l'insieme di punti isolati di  $A$  [punteggio: 1].
3. l'insieme di punti di accumulazione di  $A$  [punteggio: 1].

[punteggio: 4].

**Esercizio 2:** Determinare il luogo geometrico dei punti  $z \in \mathbb{C}$  tali che

$$z^2 + \bar{z}(z+i) = 0.$$

[punteggio: 4].

**Esercizio 3:** Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2+1} - n}{\log(n+1) - \log(n)} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{2n}$$

[punteggio: 4].

**Esercizio 4:** Determinare per quali valori del parametro  $\alpha > 0$  si ha che la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log\left(1 + \frac{\pi^{1/n}}{n^\alpha}\right) \log\left(1 + \frac{\arctan(e^n)}{n}\right)}{\exp((1-\alpha)n!)}$$

converge.

[punteggio: 6].

**Esercizio 5:** Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  data da

$$f(x) = \begin{cases} |x|^\alpha \arctan\left(\frac{1}{x}\right) & \text{se } x > 0 \\ 0 & \text{se } x = 0, \\ \frac{\log(1 + |\sin(x^{2\beta-1})|)}{(1+3x^2)^{(1-\cos(x))}} & \text{se } x < 0, \end{cases}$$

con  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ . Studiare, al variare dei parametri  $\alpha$  e  $\beta$ , la continuità destra e sinistra di  $f$  in  $x_0 = 0$ ; determinare per quali valori di  $\alpha$  e  $\beta$   $f$  è continua in  $x_0 = 0$  e in caso contrario classificare il tipo di discontinuità in  $x_0 = 0$  al variare di  $\alpha$  e  $\beta$ .

[punteggio: 6].

**Tempo a disposizione: 90 minuti, sufficienza: 12 punti**