

Primo Test Intermedio di Analisi Matematica B

FAC SIMILE

Tempo a disposizione: 75 minuti

Esercizio 1. il primo esercizio verterà sul calcolo di un integrale INDEFINITO o DEFINITO. Per esempio:

$$\int_0^1 \arctan(x-1) dx$$

Esercizio 2. nel secondo esercizio si dovrà calcolare la soluzione di un problema di Cauchy per un'EDO del prim'ordine (a variabili separabili, oppure lineare a coefficienti continui), o del second'ordine (lineare a coefficienti costanti). Per esempio:

Calcolare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (y^2 + 1)x \log(x) \\ y(1) = 0 \end{cases}$$

Esercizio 3. Sia $\alpha > 0$. Si consideri il campo scalare

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{[\arctan(|xy|)]^\alpha}{\sin^2(x) + 2\sin^2(y)} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases} .$$

1. Per quali valori di $\alpha > 0$ f è continuo in $(0, 0)$?
2. Calcolare $\nabla f(0, 0)$ al variare di $\alpha > 0$.
3. Sia \vec{v} un generico versore di \mathbb{R}^2 . Calcolare $\frac{\partial f}{\partial v}(0, 0)$ al variare di $\alpha > 0$.
4. Discutere la differenziabilità di f in $(0, 0)$ al variare di $\alpha > 0$.