Cognome e nome . . . . Firma . . . . Matricola . . . .

Istruzioni

1. COMPILARE la parte sovrastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −0.5 (si applica agli esercizi 1–6); risposta non data = 0;
3. La soglia di ammissione all'orale è 16 punti.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

1. L'integrale
$$\int_{2\pi}^{5\pi/2} \frac{3\sin(2x)}{4+\sin^4(x)}dx$$
vale

$\boxed{A}$: $3\arctan\left(\frac{1}{2}\right)$ $\boxed{B}$: $2\arctan(2)$
$\boxed{C}$: $\frac{3}{4}\arctan\left(\frac{1}{4}\right)$ $\boxed{D}$: $\frac{3}{2}\arctan\left(\frac{1}{2}\right)$

2. Sia $\tilde{y}$ la soluzione del problema di Cauchy
$$\begin{cases} y' = x[3-2y] \\ y(0) = 0\,. \end{cases}$$
Allora $\tilde{y}(1)$ vale

Risp.: $\boxed{A}$: 3 $\boxed{B}$: $\frac{3}{2}(1-e^{-1})$ $\boxed{C}$: $\frac{3}{2}$ $\boxed{D}$: $\frac{3}{2}(e^{-1}-1)$

3. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x,y) = 3xy^2(y-x)+4$. Allora

$\boxed{A}$: f ammette un punto di sella e infiniti punti di massimo relativo $\boxed{B}$: f ammette un punto di sella e infiniti punti di minimo relativo $\boxed{C}$: f ammette infiniti punti di sella $\boxed{D}$: f ammette infiniti punti di massimo relativo e un punto di minimo relativo

4. Sia T il triangolo di vertici $A=(-2,0)$, $B=(-1,1)$ e $C=(3,0)$. Data

$$f(x,y)=\exp\left((x+1)^2+(y-1)^2\right)$$

detti $M=\max_T f$ e $m=\min_T f$, si ha

$\boxed{\text{A}}$: $m=1$, assunto in B e $M=\exp(17)$, assunto in C $\boxed{\text{B}}$: $m=0$, assunto in B, e $M=17$, assunto in C $\boxed{\text{C}}$: $m=1$, assunto in A, e $M=\exp(17)$, assunto in C $\boxed{\text{D}}$: $m=1$, assunto in $(0,0)$, e $M=\exp(16)$, assunto in C

---

5. L'integrale curvilineo

$$\int_\Gamma \sqrt{8y}\sqrt{\frac{1}{1+2y}}\arctan(2x)$$

lungo la curva Γ di rappresentazione parametrica $r(t)=t\,\vec{i}+\frac{t^2}{2}\vec{j}$, $t\in[0,1]$, vale

$\boxed{\text{A}}$: $-1+\frac{\arctan(2)}{2}+2\arctan(2)$ $\boxed{\text{B}}$: $-4+\arctan(2)+4\arctan(2)$ $\boxed{\text{C}}$: $-\frac{1}{2}+\frac{\arctan(2)}{4}+\arctan(2)$ $\boxed{\text{D}}$: $-\frac{1}{2}+\frac{\arctan(2)}{4}$

---

6. L'integrale doppio

$$\int\!\!\int_D 4\frac{x^3y}{x^2+y^2}\,dxdy$$

dove

$$D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : 1\le(x^2+y^2)\le 2,\ 0\le y\le x\}$$

vale

$\boxed{\text{A}}$: $\frac{9}{4}$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{3}{4}$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{3}{16}$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{9}{16}$

---

7. Siano $\beta\in\mathbb{R}$ e $F: A\subset\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$ definito da

$$F(x,y)=\left(3\frac{y^3}{x}+4x\sin(2x^2)\right)\vec{i}+\left(\beta y^2\log(x)+\arctan\left(\frac{1}{4+y^2}\right)\right)\vec{j}\,.$$

Si determinino il dominio A di F e i valori $\beta\in\mathbb{R}$ per i quali il campo vettoriale è conservativo in A. In corrispondenza a tali valori, si calcoli l'integrale $\int_\Gamma F$, con Γ l'arco di circonferenza di centro $(2,0)$ e raggio 1, percorsa in senso orario da $A=(1,0)$ a $B=(3,0)$.

---

8. Sia $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x,y)=\begin{cases}\left(e^{\arctan(x/3)}-1\right)\dfrac{x^3y^2}{(x^2+y^2)^2} & \text{se } (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & \text{se } (x,y)=(0,0).\end{cases}$$

Studiare la continuità di f, l'esistenza delle derivate parziali, e la sua differenziabilità nel punto $(0,0)$.
