Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte sovrastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −0.5 (si applica agli esercizi 1–6); risposta non data = 0;
3. La soglia di ammissione all'orale è 16 punti.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

1. Calcolare l'integrale

$$\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} \left(\arctan\left(x^3\right)\exp(|x^5 - x|) + |x|\arctan(x^2)\right) dx$$

$\boxed{A}$: 0 $\boxed{B}$: $\frac{1}{2}\log(5) + 2\arctan(2)$ $\boxed{C}$: $-\frac{1}{2}\log(5) + 2\arctan(2)$ $\boxed{D}$: $-\log(5) + 2\arctan(2)$

2. Sia $\tilde{y}$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 8y' + 7y = x \\ y(0) = \frac{8}{49} \\ y'(0) = \frac{1}{7} \end{cases}$$

Allora $\tilde{y}(-1)$ vale

Risp.: $\boxed{A}$: $\frac{1}{49}$ $\boxed{B}$: 0 $\boxed{C}$: $-\frac{1}{49}$ $\boxed{D}$: $\frac{1}{7}$

3. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione data da

$$f(x,y) := \begin{cases} \frac{e^{x\sqrt{|y|}} - \cos(x\sqrt{|y|}) - x\sqrt{|y|}}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni

(a) f è continua in $(0,0)$. (b) f non è continua in $(0,0)$. (c) $\nabla f(0,0) = (0,0)$. (d) per qualunque versore $\vec{v} = (v_1, v_2) \in \mathbb{R}^2$ esiste la derivata direzionale di $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0)$. (e) f non è differenziabile in $(0,0)$. (f) f è differenziabile in $(0,0)$.

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (b), (c), (e) $\boxed{\text{B}}$: (a), (d), (f) $\boxed{\text{C}}$: (a), (c), (d), (f) $\boxed{\text{D}}$: (a), (c), (e)

---

4. Sia

$$T = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ (x-1)^2 + y^2 \leq 1, \ x \leq 1\,, \ y \geq 0\,\}$$

e sia

$$f(x,y) = y^2 - x.$$

Posto $m = \min_T f$ e $M = \max_T f$ si ha

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $m = -1$, $M = 0$ $\boxed{\text{B}}$: $m = -1$, $M = \frac{1}{4}$ $\boxed{\text{C}}$: $m = 0$, $M = 1$ $\boxed{\text{D}}$: $m = 0$, $M = \frac{1}{2}$

---

5. L'integrale curvilineo $\displaystyle\int_\Gamma \frac{z}{\sqrt{2+x^2+y^2}}\, ds$ sulla curva Γ di rappresentazione parametrica $\vec{r}(t) = t\cos t\vec{i} + t\sin t\vec{j} + 1t\vec{k}$ per $t \in [0, 2\pi]$, vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: π^2 $\boxed{\text{B}}$: $2\pi^2$ $\boxed{\text{C}}$: 2 $\boxed{\text{D}}$: π

---

6. L'integrale doppio

$$\iint_A \cos(x^2+y^2)\, dxdy$$

$$\text{ove} \quad \begin{cases} A = \{(x,y) \in D \ : \ 0 \leq y \leq x \text{ o } x \leq y \leq 0\}, \\ D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ x^2+y^2 \leq 3\} \end{cases}$$

vale

$\boxed{\text{A}}$: 0 $\boxed{\text{B}}$: $\frac{\pi}{2}\sin(3)$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{\pi}{4}\sin(3)$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{\pi}{4}\sin(9)$

---

7. Determinare i punti stazionari della funzione

$$f(x,y) = \arctan\left(x^2y(x+y-1)\right)$$

e classificare quelli giacenti sugli assi coordinati.

---

8. Siano $\beta \in \mathbb{R}$ e $F : A \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definito da

$$F(x,y) = \left(3x^2y^7\exp(x^3y^7) - \frac{2x}{(x^2+y^2)^2}\right)\vec{i} + \left(\beta x^3y^6\exp(x^3y^7) - \frac{2y}{(x^2+y^2)^2}\right)\vec{j}\,.$$

Determinare il dominio A di F e per quali valori di β il campo vettoriale ammette un potenziale ϕ. Per tali valori, calcolare

$$\int_\gamma F,$$

con γ il segmento da $(1,0)$ a $(0,\sqrt{2})$.
