Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte sovrastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −0.5; risposta non data = 0;
3. La soglia di ammissione all'orale è 16 punti.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F

1. Sia $F(x)$ la primitiva della funzione

$$f(x) = \frac{e^{3x} - 1}{e^{3x} + e^{-3x}}$$

tale che $F(0) = \frac{\log(\sqrt{2})}{3}$. Allora $\lim_{x\to-\infty} F(x)$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{\pi}{6}$ $\boxed{\text{B}}$: $-\frac{\pi}{12}$ $\boxed{\text{C}}$: 0 $\boxed{\text{D}}$: $\frac{\pi}{12}$ $\boxed{\text{E}}$: $-\infty$ $\boxed{\text{F}}$: $\frac{\pi}{2}$

2. Sia y la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 2y' = 1\,, \\ y(0) = \frac{1}{2}, \ \ y'(0) = 0\,. \end{cases}$$

Allora $y\left(-\frac{1}{2}\right)$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{1}{4}$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{e^{-1}}{2}$ $\boxed{\text{C}}$: e $\boxed{\text{D}}$: 0 $\boxed{\text{E}}$: $\frac{e^{-1}}{4}$ $\boxed{\text{F}}$: $\frac{e}{4}$

3. Sia $\beta > 0$ e sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{2}\dfrac{(|x|^\beta + |y|^\beta)^2}{\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)^3} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni

(a) f continua in $(0,0)$ per ogni $\beta > 0$ (b) f è continua in $(0,0)$ se e solo se $\beta > \frac{3}{2}$ (c) $\nabla f(0,0) = (0,0)$ per ogni $\beta > 2$ altrimenti $\nexists\, \nabla f(0,0)$ (d) $\nabla f(0,0) = (0,0)$ per ogni $\beta > 0$ (e) f è differenziabile in $(0,0)$ se e solo se $\beta > 2$ (f) f è differenziabile in $(0,0)$ per ogni $\beta > 0$

tutte e sole quelle corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (b), (c), (e) $\boxed{\text{B}}$: (a), (d), (f) $\boxed{\text{C}}$: (b), (e) $\boxed{\text{D}}$: (b), (d) $\boxed{\text{E}}$: (a), (d), (e) $\boxed{\text{F}}$: (a), (f)

---

4. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x,y) = x[(x-1)^2 + y^2 - 1)]$. Allora

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $(\frac{4}{3}, 0)$ è di massimo relativo e $(0,0)$ è di sella $\boxed{\text{B}}$: $(\frac{4}{3}, 0)$ è di minimo relativo e $(0,0)$ è di minimo relativo $\boxed{\text{C}}$: $(\frac{4}{3}, 0)$ è di sella e $(0,0)$ è di sella $\boxed{\text{D}}$: $(\frac{4}{3}, 0)$ è di massimo relativo e $(0,0)$ è di massimo relativo $\boxed{\text{E}}$: $(\frac{4}{3}, 0)$ è di minimo relativo e $(0,0)$ è di sella $\boxed{\text{F}}$: $(\frac{4}{3}, 0)$ è di sella e $(0,0)$ è di massimo relativo

---

5. Siano T il triangolo di vertici $(0,0)$, $(-7,0)$ e $(-7,7)$ e $f(x,y) = y - x^2$. Detti m e M il minimo ed il massimo di f su T si ha

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $m = 0$ e $M = 1/4$ $\boxed{\text{B}}$: $m = -49$ e $M = 0$ $\boxed{\text{C}}$: $m = -49$ e $M = 1/4$ $\boxed{\text{D}}$: $m = 0$ e $M = 1/2$ $\boxed{\text{E}}$: $m = -98$ e $M = 1/8$ $\boxed{\text{F}}$: $m = -98$ e $M = 0$

---

6. Dato il campo vettoriale $\vec{F}(x,y) = (x^2 + y^2)\,\vec{i} + (x^2 - y^2)\,\vec{j}$, l'integrale curvilineo $\int_\Gamma \overrightarrow{F} \cdot d\Gamma$, dove Γ la circonferenza di centro $(0,0)$, raggio 1 percorsa in senso antiorario, vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 1 $\boxed{\text{B}}$: 0 $\boxed{\text{C}}$: 3 $\boxed{\text{D}}$: -2 $\boxed{\text{E}}$: -3 $\boxed{\text{F}}$: -1

---

7. Si consideri il campo vettoriale $\vec{F} = F_1\,\vec{i} + F_2\,\vec{j} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definito da
   $$\vec{F}(x,y) = ye^x\,\vec{i} + (e^x - \cos y)\,\vec{j}.$$
   Delle seguenti affermazioni

   (a) $\vec{F}$ è conservativo (b) $\oint_\Gamma \vec{F} \cdot d\Gamma = 49\pi$, dove Γ è la circonferenza di centro $(0,0)$ e raggio 7 percorsa una volta in senso antiorario (c) il campo scalare $\varphi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definito da $\varphi(x,y) = ye^x - \sin y + 7$ è un potenziale per $\vec{F}$ (d) $\int_\Gamma \vec{F} \cdot d\Gamma = 7\pi e$, dove Γ è l'arco di curva $y = 7\pi\sqrt{x}$, $x \in [0,1]$ (e) $\frac{\partial F_2}{\partial x} - \frac{\partial F_1}{\partial y} = ye^x$, $\forall\,(x,y) \in \mathbb{R}^2$

   tutte e sole quelle corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (b), (c) $\boxed{\text{B}}$: (b), (d), (e) $\boxed{\text{C}}$: (a), (d) $\boxed{\text{D}}$: (a), (c), (d) $\boxed{\text{E}}$: (b), (e) $\boxed{\text{F}}$: (a), (e)

---

8. L'integrale
   $$\iint_T \sqrt{1 + x^2 + y^2}\,dxdy,$$
   dove $T = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ x^2 + y^2 \le 2\}$, vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $(3)^{3/2}\pi$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{2}{3}\pi\left[(3)^{3/2} - 1\right]$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{2}{3}\pi(3)^{3/2} + 1$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{2}{3}(3)^{3/2}\pi$ $\boxed{\text{E}}$: $\frac{2}{3}\pi$ $\boxed{\text{F}}$: 2π
