

Esercizi sugli integrali curvilinei di campi scalari

1.

$$\int_{\Gamma} (x^2 + y^2 - z) ds$$

ove Γ è l'arco di elica circolare

$$\vec{r}(t) = R \cos(t) \vec{i}_1 + R \sin(t) \vec{i}_2 + ht \vec{i}_3 \quad t \in [0, \pi]$$

2.

$$\int_{\Gamma} xye^{x^2} ds$$

ove Γ è la curva

$$\vec{r}(t) = 3 \cos(t) \vec{i}_1 + 3 \sin(t) \vec{i}_2 \quad t \in \left[0, \frac{3}{2}\pi\right]$$

3. Sia

$$\vec{r}(t) = 7e^t \cos(t) \vec{i}_1 + 7e^t \sin(t) \vec{i}_2 + 7e^t \vec{i}_3 \quad t \in [-1, 2]$$

Determinare l'ascissa curvilinea di \vec{r} , calcolata a partire dal tempo $t = 0$.

4.

$$I = \int_{\Gamma} (x + y) ds$$

ove Γ è la frontiera del triangolo di vertici

$$V_1 = (0, 0), \quad V_2 = (1, 0), \quad V_3 = (0, 1)$$

percorsa in senso antiorario.

5.

$$\int_{\Gamma} xy ds$$

ove Γ è la curva con equazioni parametriche

$$\begin{cases} x(t) = \cos(\log(t)), \\ y(t) = \sin(\log(t)), \end{cases} \quad t \in [1, e^2].$$

6.

$$\int_{\Gamma} \frac{3 \arctan(x)}{(1 + 2y)^{3/2}} ds$$

ove Γ è l'arco di parabola $y = \frac{1}{2}x^2$, con $x \in [0, 1]$.

7.

$$I = \int_{\Gamma} 3\sqrt{x} ds$$

ove Γ è la curva con parametrizzazione

$$\vec{r}(t) = \sin^2(t) \vec{i}_1 + \cos^2(t) \vec{i}_2, \quad t \in [0, \pi].$$

8. Sia

$$F(x, y) = \begin{cases} 2 & \text{se } y \geq x, \\ -1 & \text{se } y < x \end{cases}$$

e sia Γ il segmento congiungente $(2, 0)$ a $(0, 2)$. Calcolare

$$I = \int_{\Gamma} F ds$$