

## Esercizi sugli integrali curvilinei di campi vettoriali

1. Calcolare

$$\int_{\Gamma} \vec{F}$$

ove

$$\vec{F}(x, y) = (x^2 - 2xy) \vec{i}_1 + (y^2 - 2xy) \vec{i}_2$$

e  $\Gamma$  è l'arco di parabola  $y = x^2$  da  $A = (-1, 1)$  a  $B = (1, 1)$ .

2.

$$\int_{\Gamma} \vec{F}$$

con

$$\vec{F}(x, y) = (2R - y) \vec{i}_1 + x \vec{i}_2, \quad R \in \mathbb{R},$$

e  $\Gamma$  è l'arco di cicloide

$$\vec{r}(t) = R(t - \sin(t)) \vec{i}_1 + R(1 - \cos(t)) \vec{i}_2 \quad t \in [0, 2\pi]$$

3.

$$\int_{\Gamma} \vec{F}$$

con

$$\vec{F}(x, y) = \frac{x+y}{x^2+y^2} \vec{i}_1 + \frac{y-x}{x^2+y^2} \vec{i}_2$$

e  $\Gamma$  la circonferenza di equazione cartesiana  $x^2 + y^2 = a^2$ , percorsa in senso antiorario.

4.

$$\int_{\Gamma} e^{x^2+y^2} (x dx + y dy)$$

ove  $\Gamma$  è l'arco di ellisse di equazione

$$\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} = 1, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0,$$

percorso in senso antiorario.

5.

$$\int_{\Gamma} (x+y)dx + xydy,$$

ove  $\Gamma$  è data dall'unione delle curve

- $\Gamma_1$ : il segmento congiungente  $O = (0, 0)$  ad  $A = (1, 0)$
- $\Gamma_2$ : l'arco di circonferenza congiungente  $A$  ad  $B = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$
- $\Gamma_3$ : il segmento congiungente  $B$  ad  $C = (2, 2)$

6. Calcolare

$$\int_{\Gamma} (2xy + 2x - 4) dx + (x^2 + 2y) dy$$

ove  $\Gamma$  è l'arco di ellisse di equazione

$$\frac{x^2}{4} + y^2 = 1, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0,$$

percorso in senso antiorario.