

## Esercizi sugli integrali tripli – formule di riduzione

1.

$$I = \iiint_P (x - y - z) \, dx \, dy \, dz,$$

con

$$P = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : -1 \leq x \leq 6, 2 \leq y \leq 7, -2 \leq z \leq 8\}$$

2.

$$I = \iiint_P x \, dx \, dy \, dz,$$

ove  $P$  è il parallelepipedo delimitato dai piani  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$ , e  $x = 2$ ,  $y = 3$ ,  $z = 1$ .

3.

$$I = \iiint_T (x + z) \, dx \, dy \, dz,$$

con

$$T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x + y + z \leq 1\}.$$

4.

$$I = \iiint_T x^5 y^3 z \, dx \, dy \, dz,$$

con

$$T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x, 0 \leq z \leq xy\}.$$

5.

$$I = \iiint_T xz \, dx \, dy \, dz,$$

con

$$T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0, z \geq 0, 0 \leq y \leq 2 - x^2 - z^2\}.$$

6.

$$I = \iiint_T xyz \, dx \, dy \, dz,$$

ove  $T$  è il *cilindro solido retto*, con generatrici parallele all'asse  $z$ , altezza  $h$ , posto dalla parte delle quote non negative e avente per direttrice la circonferenza

$$(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 1.$$

7.

$$I = \iiint_T z \, dx \, dy \, dz,$$

ove  $T$  è il solido delimitato dalla superficie conica

$$z^2 = \frac{h^2}{a^2}(x^2 + y^2), \quad h, a > 0,$$

e dai piani  $z = 0$ ,  $z = h$ .

8. Data  $a > 0$ , calcolare il volume di

$$T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 3a^2, x^2 + y^2 \leq 2az\}$$

9.

$$I = \iint_D \left( \int_{\frac{1}{2}(x^2+y^2)}^2 \exp(z^2) \, dz \right) \, dx \, dy$$

ove

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4\}.$$