

## Scritto di Analisi Matematica B – 27 Aprile 2020

Tempo a disposizione: 75 minuti

**Esercizio 1.** Calcolare la primitiva  $F : (2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  di

$$f(x) = \frac{1}{(x+1)\sqrt{x-2}}$$

tale che  $F(5) = 0$ .

[Punteggio: 5 punti]

**Esercizio 2.** Studiare continuità, derivabilità parziale e direzionale, e differenziabilità in  $(0, 0)$  di

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{8x^2 \log(1+y^2)}{x^2+y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

[Punteggio: 6 punti]

**Esercizio 3.** Calcolare i punti e i valori di minimo e massimo assoluto della funzione

$$f(x, y) = y + x$$

sul compatto

$$K = \{(x, y) \in [0, +\infty) \times [0, +\infty) : 4 \leq x^2 + y^2 \leq 16\}.$$

[Punteggio: 5 punti]

**Esercizio 4.** Si consideri il campo vettoriale

$$\vec{F} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \\ \vec{F}(x, y) = \left( 5x^4 \exp(x^5) + \frac{\sin(y)}{1+x^2 \sin^2(y)} \right) \vec{i} + \left( \frac{x \cos(y)}{1+x^2 \sin^2(y)} \right) \vec{j}$$

- Determinare se  $\vec{F}$  è conservativo.
- In caso affermativo, calcolare gli infiniti potenziali di  $\vec{F}$ .
- Calcolare l'integrale curvilineo di  $\vec{F}$  lungo il segmento congiungente  $(1, \pi)$  a  $(2, \frac{3}{2}\pi)$ .

[Punteggio: 6 punti]

**Esercizio 5.** Rispondere alle seguenti domande:

- (a) Dare la definizione (opportunosamente ambientata) di funzione differenziabile in un punto (nel caso di campi scalari di  $n$  variabili).
- (b) Scrivere l'enunciato del primo teorema fondamentale del calcolo per l'integrale di Riemann.
- (c) Scrivere l'enunciato del teorema di Fermat.
- (d) Dimostrare, a scelta, uno dei suddetti teoremi.

[Punteggio: 8 punti]